

# 梁板结构力学行为分析的等几何方法探究

杨莘浩

(北京林业大学, 北京 100083)

**摘要** 等几何方法是基于传统有限元分析法、计算机辅助设计法等结合应用下形成的一种新结构分析方法。该方法以B样条函数、非均匀有理B样条函数等作为形函数,能够实现几何体的精准描述,计算机辅助工程技术与计算机辅助设计技术集成应用,可在不损失计算精度情况下,简化分析过程,提高分析鲁棒性、高阶连续性。现从等几何概述出发,联系梁板结构力学行为分析实例,就等几何方法在梁板结构力学行为分析中的应用进行了简要分析。分析结果显示:梁板结构力学行为分析中等几何方法应用在计算精度与效率方面存在优势。

**关键词** 梁板结构 力学行为 等几何

**中图分类号**: TB12

**文献标识码**: A

**文章编号**: 1007-0745(2022)09-0001-03

梁板结构是较为常见的建筑结构,主要由梁、板等构成,具备较强的抗弯矩、抗剪力能力。随着近些年建筑事业高速发展,梁板结构应用规模不断扩大,其相关问题得到越来越多人关注。梁板结构力学行为复杂,如分析不当易产生质量问题,影响梁板结构作用发挥。以往梁板结构力学行为主要采用有限元法分析,虽然能够满足基本需求,但过程繁琐,精度有限。等几何方法的提出与应用,克服了传统有限元法的不足,其在梁板结构力学行为分析的应用更具优越性。以下是笔者对等几何方法及其在梁板结构力学行为分析中应用的几点体会,意在抛砖引玉。

## 1 等几何概述

等几何分析方法是一种新型分析方法,在高精度结构分析中具有较强优势。该方法将传统有限元分析方法和计算机辅助方法相结合,以非均匀有理B样条曲线(Non-Uniform Rational B-Splines, NURBS)的基函数、B样条函数、薄板B样条函数等作为形函数进行结构优化构造与仿真分析<sup>[1]</sup>。相对于传统有限元分析方法而言,等几何分析方法不用进行网格划分,可从设计模型中直接读取几何数据,利于结构分析效率提升。同时,等几何分析方法在NURBS基函数等支持下,鲁棒性、高阶连续性增强,可在不影响几何精度的前提下实现高阶连续性问题的有效解决<sup>[2]</sup>。

要想深入了解等几何分析方法,需要对B样条基函数、非均匀有理B样条基函数等基本理论具有准确认知。B样条基函数是矢量图形系统中是非重要的曲线类型,属于分段多项式函数,一般采用Cox-de Boor递

归公式进行定义<sup>[3]</sup>。非均匀有理B样条基函数的根本在于B样条基函数。我们可通过B样条曲线变化得到非均匀B样条曲线<sup>[4]</sup>。相对于B样条基函数,非均匀有理B样条基函数仿真结果准确性更高,能够对结构复杂、光滑度高的几何模型进行详细、准确描述。

## 2 梁板结构力学行为分析的等几何方法

梁板结构为建筑工程中应用较为广泛的结构,其质量高低对建筑物应用质量与安全存在直接影响。因此,做好梁板结构设计及施工工作至关重要。随着近些年建筑对个性化重视程度的不断提高,梁板类型增多,结构复杂程度提高,对力学分析提出了更高要求。将等几何分析方法应用到梁板结构力学行为分析中可取得较好效果。以下是对曲梁结构与薄板力学行为分析中等几何方法的分析。

### 2.1 曲梁结构动静力学分析

曲梁结构是梁板工程中较为常见的结构,探究其力学行为分析中等几何方法的应用情况具有非常重要的现实意义。曲梁结构静力弯曲分析时,某半圆弧曲梁结构弹性模量E为79100MPa,弯曲半径R为100mm,受平面集中载荷。在有限元软件分析中,划分的网格单元超过1000个。在等几何分析中,经节点向量化处理后,可利用二阶或三阶非均匀有理B样条基函数进行离散计算<sup>[5]</sup>。本次研究半圆弧曲梁结构中,节点向量化产生控制点98个,利用三阶均匀有理B样条基函数离散计算,得到控制点102个,抽取50个点进行对比,发现等几何分析数值精准度更高,等几何分析能够在一定程度上获取精准度较高的曲梁模型。

表1 等几何分析下平面悬臂梁最大挠度解与有限元参考解的对比

截面半径	5mm	6mm	7mm	8mm	9mm	10mm	单元数目
有限元	464.1	268.5	152.8	91.0	57.1	37.6	1000
等几何 (P=2)	460.7	267.8	152.7	90.9	55.1	37.5	17
等几何 (P=3)	465.0	268.7	152.9	91.0	57.1	37.6	18
等几何 (r=4)	460.7	267.8	152.7	90.9	57.1	37.5	17
等几何 (r=5)	464.7	268.6	152.9	91.2	57.1	37.5	18

## 2.2 薄板力学行为分析

薄板力学行为分析中应用等几何分析方法存在一定优势。实践操作中,在确定薄板广义应变与应力关系,确定薄板弹性矩形后,可得到薄板弯曲分析与自由振动分析的弱形式,并获得基于NURBS基函数下的似位移场函数,最终得到薄板自由振动离散方程。在此基础上进行算例分析,已知 $E=200 \times 109 \text{N/m}^2$ ,  $\nu=0.3$ ,  $h=5 \text{cm}$ , 板密度 $=7999 \text{kg/m}^3$ ,受均匀荷载,对比不同节点/控制点有限元分析结果与等几何分析结果,发现两者差异较小,如 $6 \times 6$ 的节点/控制点下,有限元结果为0.00452,等几何结果为0.00456。

## 3 等几何在梁板结构力学中的应用

梁板结构力学行为分析中等几何分析方法应用较为广泛,除上述提到的曲梁结构、薄板结构外,大变形梁结构中也具有较好的应用效果,现基于几个算例就等几何在大变形梁结构力学中的应用效果进行验证。

### 3.1 平面悬臂梁算例

悬臂梁是梁板结构力学分析中较为简单的一种梁结构。悬臂梁一端为固定端,一端为自由端,在力的作用下,能够根据平衡情况绘制受力图,进行结构力学分析。

本次研究中已知悬臂梁弹性模量、泊松比、梁长、端部受力等参数分别为79000MPa、0、1000mm、70N。在有限元软件分析中,平面悬臂梁划分网格1000个;在等几何分析中,二阶样条基函数下得到17个单元,在三阶样条基函数下得到18个单元,统计不同阶次、不同细化次数下等几何分析与有限元分析结果(表1)可知,等几何分析结果与有限元分析结果十分接近,且等几何分析中,节点向量细化能够进一步提高计算精确度。加之力学分析中等几何计算量较少,说明平面悬臂梁结构力学行为分析中等几何分析方法的应用可在保证计算精度基础上,提高计算速度。

### 3.2 空间悬臂梁算例

采用等几何非线性三维梁分析方法探究空间悬臂梁结构力学行为,已知悬臂梁左端为固定端,右端为自由端,端部受空间荷载,弹性模量、泊松比、梁长、端部受力等参数同上文中的平面悬臂梁。受理解可知Y方向荷载约为50N,Z方向荷载约为50N,因另一个方向荷载相同,所以位移量相同。在有限元软件分析中,空间悬臂梁划分网格1000个;在等几何分析中,二阶NURBS基函数与三阶NURBS基函数下,分别得到17个单元与18个单元,对比有限元分析与等几何分析结果,发现P=2时,截面半径分别为5mm、6mm、7mm、8mm、9mm、10mm的等几何分析下空间悬臂梁最大挠度解为325.8、189.4、108.0、64.3、40.4、26.5,P=3时等几何分析下空间悬臂梁最大挠度解为328.8、190.0、108.1、64.4、40.4、26.6,近似于有限元分析结果(328.2、189.8、108.1、64.4、40.4、26.6),说明在空间悬臂梁结构力学分析中,等几何分析方法具有适用性。

### 3.3 两端固支直梁算例

两端固支直梁是较为常见的一种梁结构,梁结构的两端搭在两个支撑物上,以铰接形式连接,荷载通常垂直于梁轴线。假设两端固支直梁荷载均匀分布,弹性模量在20.69万MPa左右,梁长为2.54m,泊松比为0.25,均布荷载为每毫米3N。当荷载相同长细比不同时,有限元分析结果与二阶、三阶等几何分析结果见图1。由图3可知,两种分析方法计算结果相当,说明等几何分析方法在两端固支直梁结构力学分析中可获得较好应用效果。与此同时,等几何分析结果受长细比变化影响较大,且随着控制点增加,计算精度不断提高。

### 3.4 浅拱梁算例

已知某浅拱梁圆弧长度为1.27m,曲率半径约为

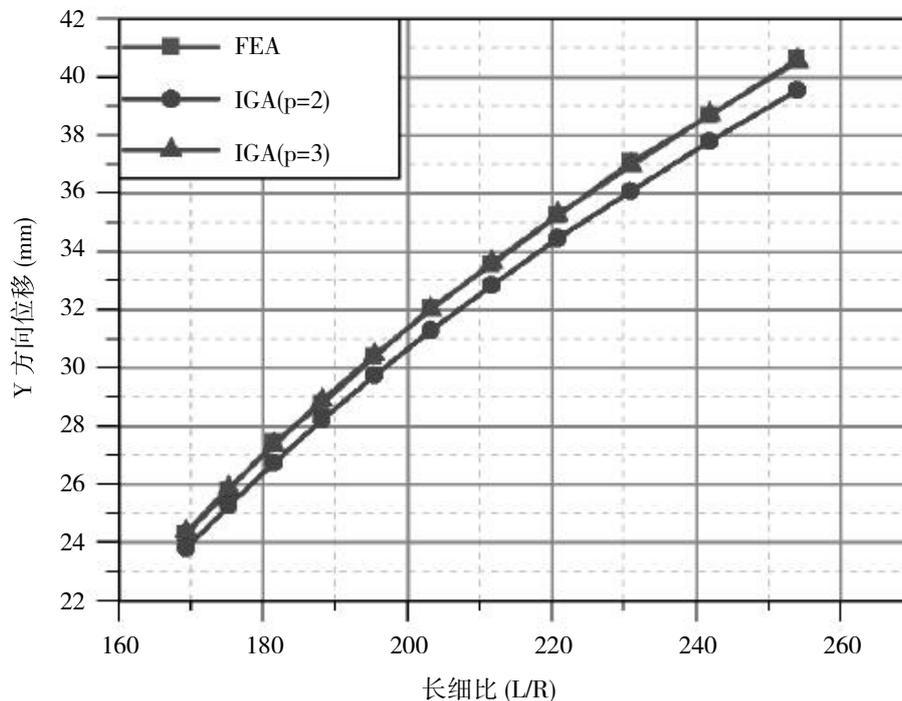


图1 有限元分析与不同阶次等几何分析结果对比图

2.4m, 弹性模型与泊松比分别为 20.68 万 MPa、0.25。浅拱梁两端均为固定端, 受 30N/mm 均匀垂直荷载。

在有限元软件分析中, 浅拱梁划分网格单元 1200 个以上, 在等几何分析中, 二阶样条基函数与三阶样条基函数下分别划分单元 97 个与 100 个, 选取部分计算结果进行对比分析。

结果显示: 截面半径为 15mm、16mm、17mm、18mm、19mm、20mm 时, 有限元参考解分别为 2.16、1.86、1.62、1.41、1.25、1.10, P=2 的等几何最大挠度解分别为 2.15、1.85、1.61、1.40、1.24、1.10, P=3 的等几何最大挠度解分别为 2.16、1.86、1.61、1.41、1.24、1.10。

可见等几何分析结果近似于有限元分析结果, 证明等几何分析方法适用于浅拱梁结构力学分析中, 且能够在保证计算结果准确的情况下, 提高计算速度, 综合应用价值较高。

#### 4 结论

在传统有限元分析法与计算机辅助仿真分析法有机结合下, 等几何在结构力学行为分析中表现出较强优势。

本研究将等几何方法应用到曲梁结构、薄板结构、大变形结构等梁板结构力学行为分析中, 结果显示等几何方法利于数值计算精度、分析效率等提升, 说明

等几何方法适用于梁板结构力学行为分析中, 可为梁板结构设计与应用提供可靠分析依据。

对此, 相关工作人员应加强对等几何方法的重视, 能够在研究中不断完善与优化等几何方法, 并将其科学、有效地运用到实践中, 促进结构分析质量与效率提升。

#### 参考文献:

- [1] 孙远韬, 王斌贺, 张氢, 等. 基于等几何分析的自由曲面壳体包容式节点力学分析方法 [J]. 起重运输机械, 2022(03):50-55.
- [2] 刘晓峰, 孙伟, 方自文. 基于非均匀分布复弹簧单元的螺栓连接薄板结构动力学有限元建模 [J]. 振动与冲击, 2021,40(13):111-119.
- [3] 胡传丰, 任靖雯, 胡慧, 等. 基于等几何分析的参数多孔结构拓扑优化 [J]. 吉林大学学报(理学版), 2021,59(01):65-76.
- [4] 魏志鹏, 罗会信, 左兵权, 等. 基于 k 细分等几何层次模型的多重网格算法研究 [J]. 组合机床与自动化加工技术, 2020(07):30-35.
- [5] 同 [4].