

# 一行与埃拉托色尼大地测量比较研究

韩嘉伟 邓可卉

(东华大学, 上海 200051)

**摘要** 本文介绍了由唐代天文学家一行组织的一场大地测量以及埃拉托色尼的地球周长计算工作。我国古代天文学家一行测量的是地球子午线一弧度长度, 而埃拉托色尼计算的是地球周长, 前者与后者在测量与计算中其数学逻辑以及天文思想既有相似性也存在差异。文中分别叙述了测量的背景、方法和过程, 对测量结果进行了对比和总结, 并基于二者测量的方法以及意义的差别, 讨论了科学价值和产生的实际影响。

**关键词** 僧一行 埃拉托色尼 地球周长

**中图分类号**: P12

**文献标识码**: A

**文章编号**: 1007-0745(2022)12-0100-03

在我国唐代玄宗开元年间(公元713年—公元741年), 我国著名的天文学家一行(公元683年—公元727年), 本名张遂, 组织进行了一次大规模的大地测量工作。不仅对我国当时历法工作的修订产生极其深远的影响, 更为有价值的是提供了实测数据, 进而否定了我国历史上流传将近八百年的“日影千里差一寸”的错误理论, 第一次算出了相对精确子午线一弧度弧长的长度。<sup>[1]</sup>

公元前200多年, 亚历山大图书馆的图书馆管理员的埃拉托色尼(Eratosthenes, 约前275年—前194年), 埃拉托色尼已知同一子午线两地之间的距离, 再计算出这两地相对地心的夹角, 进而第一次推算出地球的周长。由此创立了地理学这一名词, 被西方地理学家们称为地理学之父。

虽然一行测量的是地球子午线一弧度长度, 而埃拉托色尼计算的是地球周长, 但二者在测量与计算中其数学逻辑以及天文思想存在着诸多异同。

## 1 测量的目的及其背景

从当时的历史背景角度来看, 一行之所以成功地发起了这次对天文学进行的测量, 主要有两方面的原因。

第一, 是为了修订历法。根据《旧唐书》的记载, 唐玄宗开元九年(公元721年), “太史频奏日食不效”“言《麟德历》行用既久, 晷纬渐差”。<sup>[2]</sup>一行已经发现, 对于不同的观测地点, 不同节气的日影长度和漏刻昼夜分差也不相同。一行深知这个现象在以前的历法中并无提及, 要想搞清楚其中的原理, 必须进行实地测量。

第二, 用实测数据否定古人“日影一寸, 地差千里”的错误说法。其实在之前刘焯(公元544年—公元610

年)就意识到“交爱之州, 表北无影, 计无万里, 南过戴日, 是千里一寸, 非其实差”。<sup>[3]</sup>我们通过一行主持的测量的方法和地点上, 可以大致推断出一行是采纳了刘焯的建议, 为了实现刘焯的计划, 实际验证“日影千里差一寸”说法的谬误。

而早在西方的古希腊时期, 人们对地球是什么样的形状众说纷纭, 一部分人们认为大地是平状, 还有一部分人认为大地是球状, 但并没有很好的证明方法。到了公元前三世纪左右, 古希腊著名自然哲学家亚里士多德才正式提出地球是球状的观点, 并提出了相关的证明方法, 激发了埃拉托色尼等诸多学者对地球的探索的兴趣。埃拉托色尼是亚历山大城远近闻名的学者, 据说为埃及君主尤厄格茨(Euergetes)聘请他担任王子费罗派托(Phllopator)的宫廷教师, 之后被任命为亚历山大城图书馆馆长。由于此图书馆汇集了当时最丰富的古埃及、古希腊各个学派的科学著作, 使之成为世界上最大的科学研究中心, 埃拉托色尼在此博览群书, 拥有了相当先进的天文学, 数学理论, 在其著作《地球大小的修正》里介绍了精确测量地球圆周的科学方法。埃拉托色尼在图书馆的古籍中发现, 每到夏至的时候, 太阳光都会射入这口井中, “这口井有25尺深, 螺旋形的阶梯一直延伸入水中。据说在夏至日的中午太阳光会恰好照亮井水, 而不在井壁投射一点阴影”。<sup>[4]</sup>根据阳光照射到井底这一现象, 埃拉托色尼得出结论, 塞恩城地处北回归线上, 而亚历山大城很巧合地恰好与塞恩城同处一条子午线, 由此埃拉托色尼萌生了测量地球周长的想法。

由于一行与埃拉托色尼对于大地测量的目的与背景的差异性, 导致二者产生了不同方向的启发与影响。

★基金项目: 中央高校基本科研业务费东华大学纺织文化研究基地项目, 项目编号: 22D111011。

一行耗时四年的大地测量,除了否定了“日影千里差一寸”的错误理论,进一步肯定了修改历法的必要性以外,还为修订新历法提供了宝贵的测量数据。一行《大衍历》较为准确地描述了太阳的运动规律,也使得一行认识到在小范围空间内所认定的知识,不能盲目地认为可以应用到任意大范围空间,这与埃拉托色尼刚好相反。

埃拉托色尼推算地球周长实验是前无古人的,利用已知的数据仅仅利用两个距离不远的城市推算出地球的周长,是运用数学、地理计算思想在小范围空间拓展到大范围空间的一个成功的实验。这也使得埃拉托色尼贡献了另一项重要的科学成就:第一次根据经纬线绘制出了世界地图,开创了利用经纬线描绘地图的正确使用方法,让人们更进一步地认识地球。

## 2 测量过程

一行的测量过程是十分浩大的。一行带领的测量队所勘测跨度极大,北到铁勒,南达林邑,遍历朗州武陵、襄州、太原府和蔚州横野军等十三处,分别测量了当地冬夏二至、春秋二分的日影长和北极高。同时,据《旧唐书》记载,“自丹穴以暨幽都之地,凡为图二十四,以考日蚀之分数,知夜漏之短长”,可知当时还把测量结果绘制成图。<sup>[5]</sup>

在这次测量中,一行借鉴了刘焯的计划,以中原平地为中心对四个地点进行多方面的测量,分别用八尺之表同时测出春秋分、冬至的日影长度与其北极高。<sup>[6]</sup>所选取的四个地点分别是上蔡(今河南省驻马店市上蔡县)、扶沟(今河南省周口市扶沟县)、浚仪(今河南省开封市)、白马(今河南省安阳市滑县)。<sup>[7]</sup>值得注意的是,这四个地点的选取极为巧妙,四个地点几乎处于同一经度,且地势相对平坦,海拔也相差不大,使得测量数据的对比起来更加准确,与刘焯的建议完美匹配。最后根据一行的计算,从圭表上看,相差一寸,并不是相差一千里,而是只有二百五十里左右,由此第一次用实证推翻了“日影千里差一寸”的错误理论。

而在公元前200多年前,埃拉托色尼住在亚历山大港,在其以南的塞恩城(今阿斯旺),发现一口井,每到夏至的正午时刻,太阳光总能直射入井中。埃拉托色尼的想法与中国传统的圭表侧影相同,此时正值夏至正午时刻,太阳光直射北回归线上,那么位于北回归线上的塞恩城则是被太阳光直射,他用一根棍子插在井口旁,棍子并没有阴影。同一时间,在亚历山大港进行同样的操作,棍子出现阴影,运用简单的几何学原理测得太阳光与棍子的夹角为 $7.2^\circ$ ,再利用平行线同位角的原理, $7.2^\circ$ 就是亚历山大港和塞恩城相对于地心的夹角。<sup>[8]</sup>

当时的埃拉托色尼认为亚历山大港和塞恩城处于同一条经线上,然而事实上塞恩城在亚历山大港以东

$3^\circ$ 的地方,这就造成了一部分的计算误差。埃拉托色尼最终得到的角度约为 $7.2^\circ$ 。<sup>[9]</sup>这两个城市之间,有一条古代的通商大道,往来的商人骆驼络绎不绝,长期经验得知两地的距离是5000希腊尺。

由此易得,地球的周长 $=5000 \times 50 = 250000$ 希腊尺 $=39816$ 千米。与当今所测得赤道周长40075.13千米相差无几。<sup>[10]</sup>在测量仪器并不精密,测量方法也并不先进的2000多年前能够测算出如此接近现代实际的测量数字,相当了不起。

不少学者对埃拉托色尼地球周长测量实验中的赛恩城与亚历山大城之间的距离精度提出了质疑,认为在两千多年前的测量手段和测量工具是不发达的,难以想象单凭来往商人的“道听途说”就可以获得如此精确度的数据。实际上,由于尼罗河常年遭受水灾,导致了周围的道路经常遭到破坏,为了保证国家的土地划分以及边疆划分的合理性,进而来避免不必要的冲突,人们需要不定时地进行大地测量工作,所以当时人们已经积累了比较成熟的测量知识,这也在一定程度上为埃拉托色尼对地球周长计算之精准奠定了基础。<sup>[11]</sup>

## 3 测量计算比较分析

一行组织这次测量更重要的就是为了求出同一时刻北极高差一度的两地的地面距离,这实际上已经为进一步正确认识地球的大小提供了实测根据。但当时受限于世界观的认识,中国古代并没有意识到地球是一个球体,再加上一行在主持这场声势浩大的测量的两年后,年仅44岁病逝。所以我们不能说一行测算出子午线一弧度弧长,就差一步计算出地球的周长,实际上我国古代对于地球的认识还有很长的路要走。一行打破了错误的传统研究方法,并主张需要用实测数据去推断其原理,“凡日晷之差,冬至至不同,南北亦异,而先儒一以里数齐之,丧其事实”,<sup>[12]</sup>一行在此次测量的四个地点都准确地测量北极高度,把工作重心放在北极高一度之差的情况下地面两点距离的测量,由此可以明显推断出一行已经在研究北极高与地面距离之间的关系。

若将一行所测的一弧度弧长351又 $80/300$ 里,即155千米,再将其乘以360得到地球周长为55800千米。若以一千年后法国的让·巴蒂斯特·约瑟夫·德朗布尔(Jean Baptiste Joseph Delambre,公元1749年—公元1822年)较为精确的子午线一弧度来计算,则得到地球的周长为39960千米,与现代地理学中的地球周长相差不大。

而公元前200多年的埃拉托色尼,是建立在亚里士多德关于地球是球体的假设下,自然萌生了测量地球周长的想法,从一开始就比一行的目的动机更加纯粹。埃拉托色尼的周长求解思路在当时看来是极为正

确的,但仍存在着不少漏洞。

首先,埃拉托色尼假定两地都处于同一子午线上,而事实上,塞恩城与亚历山大城并不处于同一条子午线上,而是存在着 $3^{\circ}$ 左右的偏差。直到17世纪人们才进一步认识到地球并不是一个完美的球体,那么埃拉托色尼根据有着 $3^{\circ}$ 偏差的塞恩城与亚历山大城所计算而来的周长必定偏大。其次,塞恩城实际上是在北回归线以北,埃拉托色尼单凭肉眼观察到太阳光直射入井底就推断塞恩城位于北回归线上是不严谨的,毕竟人的肉眼始终无法观测到微小的偏差。最后,埃拉托色尼这次测量的严重缺陷就是缺少两地距离的实测,只是来往商队的“道听途说”的经验主义。尽管所算地球周长在当时较为准确,但缺乏了实测数据,甚至可以说,这样的数字是缺乏科学上的严谨性、精密性。虽说埃拉托色尼地球周长计算实验存在着不少的漏洞,但毫无疑问,埃拉托色尼是用弧度求解地球周长第一人,是第一个求解出地球周长的科学家,也可以说是测算出子午线一弧度弧长的第一人。

反观一行并不仅仅停留在“头脑风暴”,而是一位“实干家”。所经之地连起来相当于一条超过 $23^{\circ}$ 的子午线弧,从南至北约2500千米。测算得出了精确的子午线一弧度弧长,直到一千年后才被法国的德朗布尔进一步精确。一行所组织的耗尽四年时间的测量计算,得出了较为精确的子午线一弧度的弧长距离,同时为后世给出了精准的实测数据和测量方法,为《大衍历》提供了数据支撑。值得一提的是,一行所主持的大地测量工作所选取的四个地点,几乎在同一经度,这也是我国古代天文学家第一次蕴含着地理经纬度的思想。<sup>[13]</sup>就所产生的科学价值而言,一行的影响更加深远。

#### 4 总结与讨论

一行与埃拉托色尼在测量和计算上有诸多的相似之处。二者都是基于子午线的一弧度弧长所展开的跨时空的“较量”,但其背景、目的、方法、意义都大相径庭,但毫无疑问的是二者都为科学付出了巨大的心血,为天文学、数学、物理计量学、地理学提供了宝贵的数据和思路,让人们更进一步地认识了地球。

埃拉托色尼对地球周长推算的起因,似乎更像是一种兴趣,他敏锐地观察到了日常生活中的偶然性,通过已知数据巧妙运算出地球周长这么一个庞大的数字,极大地推动了古希腊地理学的发展进程,其蕴含的天文学、数学、地理学思想,启发了一代又一代的学者。但始终缺乏实测数据,被很多人认为其数字之精确充满了偶然性。

反观一行,虽然测量子午线一弧度并不是此次声

势浩大的大地测量任务的根本目的,但无论从测量的方法,测量地的选取,测量的仪器等都相当具有科学性,仅在四年时间里取得如此突出的成果,堪称天文学大地测量工作的典范,并用实证数据否定了“日影千里差一寸”的错误理论,同时为《大衍历》的制定提供了准确的数据支撑。由于我国古代天文学家直到明末清初在“西学东渐”背景下才逐渐认识到地球是球体,所以一行所测算的子午线一弧度弧长的数据,显然不能说一行差一步推算出地球周长,中国古代天文学家对地球的认识还有很长的路要走。

一行与埃拉托色尼的方法论差异,恰恰也是中西方古代科学思想的差异。西方对待科学的态度往往都是从哲学思辨开始的,很多西方古代的自然哲学家去潜心钻研大自然的规律往往都是出于兴趣使然,埃拉托色尼测算地球周长亦是如此。而中国古代科学思想对待科学理论的态度往往是“经世致用”,所研究的学问一定要有所用,所以中国古代的科学知识大多是经验的、实际的,一行所主持的浩浩荡荡的大地测量是对此的一个很好的诠释。

#### 参考文献:

- [1] 严敦杰. 一行禅师年谱——纪念唐代天文学家张遂诞生一千三百周年[J]. 自然科学史研究,1984(01):35-42.
- [2] [后晋]刘昫,等撰《旧唐书》:卷三十五《天文志》. 开运二年(公元945年).
- [3] [唐]魏征主编.《隋书》:卷十九《天文志》. 贞观三年(公元629年).
- [4] 李平仪,吴金叶,叶超. 埃拉托色尼测量地球周长的实验[J]. 地理教学,2015(06):4-7.
- [5] 同[2].
- [6] 我国历史上第一次天文大地测量及其意义——关于张遂(僧一行)的子午线测量[J]. 天文学报,1976(02):209-216.
- [7] 同[6].
- [8] 唐晓峰. 古希腊的数理地理学[J]. 读书,2009(09):36-42.
- [9] 祁灏昕,牛全福. 埃拉托色尼测量地球周长的误差分析[J]. 物理教学,2022,44(01):23-24.
- [10] 王玉民. 地球与天球——古希腊天文学[J]. 今日科苑,2007(01):53-56.
- [11] 王向群,张哲. 埃拉托色尼对地球周长的巧妙测量——“最美丽”的十大物理实验之九[J]. 物理通报,2003(11):43-45.
- [12] 同[2].
- [13] 白尚恕,李迪. 中国历史上对岁差的研究[J]. 内蒙古师院学报(自然科学版),1982(01):84-88.